



Aalto-yliopisto

Mat-2.4177 Operaatiotutkimuksen projektityöseminaari

Kevät 2012

Luottoluokitusten siirtymätodennäköisyyksien estimointi ja kalibrointi

Projektisuunnitelma

2.3.2012

Janne Kunnas (projektipäällikkö)

Tuomas Nikoskinen

Joonas Parjanne

Raul Kleinberg

Mikko Kotilainen

1. Johdanto

Tämä raportti esittelee Aalto-yliopiston kurssilla "Operaatiotutkimuksen projektityöseminaari" tehtävän projektityön projektisuunnitelman. Raportissa esiteltävä projektityö tehdään OP-Pohjola-konsernin riskienhallintaosaston tarjoamasta aiheesta "Luottoluokitusten siirtymätodennäköisyyksien estimointi ja kalibrointi".

Luottoluokitus välittää tietoa riskistä, joka liittyy velkasopimukseen – kuinka todennäköistä on, että velanottaja ei pysty takaisinmaksuun. Luottoluokitus kuvaa siis todennäköisyyttä, jolla velanottaja ajautuu maksukyvyttömyyteen. Vastaavasti luottoluokitusten *siirtymä-todennäköisyydet* kuvaavat todennäköisyyksiä muutoksille luottoluokitusten välillä. Tyypillisesti sekä luokitusten että siirtymätodennäköisyyksien tarkastelu tehdään vuositasolla.

Luottoluokitukset muodostavat pohjan luottoriskien analysoinnille. Luottoluokituksia julkaisevat isot kansainväliset luottoluokittajat Standard & Poor's¹, Moody's² ja Fitch³. Lisäksi pankeilla, kuten OP-Pohjolla, on yleensä käytössään oma sisäinen luottoluokitusjärjestelmä. OP-Pohjolla siirtymätodennäköisyyksiä hyödynnetään luottoriskin mittauksessa, luotto- ja takaustuotteiden hinnoittelussa sekä riskiraportoinnissa. Viime aikoina luottoluokitukset ovat saaneet myös paljon huomiota mediassa, kun mm. Standard & Poor's laski USA:n luottoluokitusta vuonna 2011 parhaalta tasolta AAA toiseksi parhaalle tasolle AA+.

Luottoluokitusten siirtymätodennäköisyydet esitetään transitiomatriisissa. Transitiomatriisin rivit vastaavat alkuhetken luottoluokitusta ja rivin sarakkeet sisältävät todennäköisyydet siirtyä toiseen luottoluokitukseen tai pysyä samassa luokituksessa. Erityisen kiinnostavia todennäköisyyksiä matriisissa ovat todennäköisyydet siirtymille huonompiin luokkiin eli maksukyvyttömiin luokkiin, koska lainanmyöntäjälle tieto lainanottajan maksukyvyttömyyden todennäköisyydestä on luonnollisesti erittäin tärkeä.

Siirtymätodennäköisyyksien eli ns. transitiotodennäköisyyksien määrittelyssä on edelleen vallitsevana standardina yksinkertainen *cohort*-menetelmä (Israel at al 2001), jossa todennäköisyydet lasketaan frekventisesti historiassa tapahtuneiden siirtymien määrästä. Tämä menetelmä on hyvin suoraviivainen eikä huomioi esimerkiksi ajasta riippuvia ilmiöitä. Huomionarvoista on, että cohort-menetelmä määrittää siirtymien, joista ei ole havaintoja, todennäköisyyden nollassi.

Luottoluokituksia ja niiden siirtymätodennäköisyyksiä on tutkittu viime vuosikymmenten aikana paljon. Erilaiset jatkuva-aikaiset Markov-ketjuihin perustuvat mallit laajentavat tarkastelua (Lando & Skødeberg, 2002). Talouden rakenteellisten muutosten ja luottoluokitettujen yritysten toimialojen vaikutusta transitiotodennäköisyyksiin on tutkittu (Xing;Sun;& Chen, 2012). Talouden suhdanteita on pyritty huomioimaan malleissa (Nickell;Perraudin;& Varotto, 2000). Myös esimerkiksi Bayesilaisia menetelmiä on sovellettu transitiotodennäköisyyksien määrittämisessä (Stefanescu;Tunaru;& Turnbull, 2009).

¹ www.standardandpoors.com

² www.moody.com

³ www.fitchratings.com

Tämän työn lähtökohtana on OP-Pohjolan tarjoama data asiakasyritysten luottoluokituksista ja niiden muutoksista neljän vuoden ajalta. Seuraavissa kappaleissa määritellään tarkemmin työn tarkoitus ja päämäärä, tutustutaan työssä käytettäviin malleihin ja niiden kalibrointiin sekä arvioidaan työhön liittyviä riskejä. Lopuksi käsitellään työn aikataulu ja työnjako projektiryhmän sisällä.

2. Ongelman määrittely

Tämän projektityön päämääränä on estimoida transitiomatriisi luottoluokitusten muutoksille OP-Pohjolan keräämästä luottoluokitusdatasta. Estimointi toteutetaan käyttäen kahta erilaista lähestymistapaa. Lähestymistapojen pohjalta valitaan mallit, joille asetetaan seuraavat vaatimukset: 1) sovellettavissa, kun dataa on vähän, 2) tuottavat ymmärrettäviä tuloksia, 3) mahdollistavat suhdannevaihtelun huomioimisen. Kahden eri mallin käyttäminen mahdollistaa tulosten validoinnin, sekä kvantitatiivisen vertailun lähestymistapojen välillä. Estimoinnin lisäksi koostamme kirjallisuuskatsauksen, jossa esitellään perusteellisesti muutama valittu lähestymistapa transitiomatriisin estimointiin. Vertailemme myös toteuttamiamme malleja kvalitatiivisesti kirjallisuuskatsauksessa esitettyihin.

Jotta erilaisten mallien avulla estimoituja transitiomatriiseja voidaan vertailla keskenään, täytyy määrittää kriteeristö, jonka pohjalta vertailu suoritetaan. Lisäksi kriteerien täyttymistä halutaan mitata jonkinlaisessa ”hyvyyssmitalla”, joka kuvaa kuinka hyvin mallin tulokset pärjäävät määritetyn kriteeristön suhteen. Kirjallisuudessa tämä ongelma transitiomatriisien yhteydessä on tunnistettu, ja erilaisia vertailukriteereitä ja hyvyyssmittoja onkin esitetty viime vuosikymmenten aikana. Tämä transitiomatriisien vertailukysymys on relevantti myös tässä työssä, tulemme vertailemaan transitiomatriiseja, jotka on estimoitu käyttäen kahta erilaista mallia.

Työn pohjana käytetään OP-Pohjolan keräämä dataa suomalaisten yritysten luottoluokituksista vuosilta 2008-2011. Data sisältää 7910 vuosittaista luottoluokitusta, jotka on kerätty 2650 yrityksestä. Kaikista yrityksistä ei ole havaintoja kaikilta neljältä vuodelta, vaan yli puolet havainnoista on vain joko kahden tai kolmen vuoden ajalta. Käytetty luokitusjärjestelmä on 20-portainen, missä 18 porrasta kuvaa luokituksen hyvyyttä, ja kaksi porrasta on varattu maksuhäiriölle ja maksukyvyttömyydelle.

Datan määrästä voidaan todeta, että se sisältää havaintoja on melko vähän, kun otetaan huomioon käytetyn luokitusasteikon laajuus. Tästä seuraa haasteita sekä transitiomatriisin estimointiin että validointiin. Lisäksi suhdanteen vaikutusta luottoluokituksiin on tämän datan pohjalta mahdotonta määrittää, koska perinteisesti suhdannesykli kestää 7-11 vuotta.

OP-Pohjolta saadun datan vähyyttä voidaan yrittää kompensoida, esimerkiksi käyttämällä apuna luottoluokittaja Moodys’n laskemaa keskimääräistä transitiomatriisia annetulle ajanjaksolle. Tällöin käyttöön saadaan kuitenkin vain absoluuttiset siirtymätodennäköisyydet, jotka on laskettu frekventisesti cohort-menetelmällä. Tässä OP-Pohjolan datan täydentämisessä virallisen luottoluokittajan tarjoamalla transitiomatriisi-informaatiolla on hyvät ja huonot puolensa. Luottoluokittajien transitiotodennäköisyydet on laskettu erittäin suuresta määrästä havaintoja, jolloin ne ovat jossain mielessä stabiilimpia, ja kuvaavat paremmin keskimääräistä transitiotodennäköisyyttä. Toisaalta todennäköisyydet on laskettu

havainnoista, jotka eivät ole suomalaisista yrityksistä, eikä käytetty luottoluokitusasteikko tai -metodiikka ole sama, kuin mikä OP-Pohjolla on käytössä.

3. Toimintasuunnitelma

Estimoidaan aluksi OP:n datasta luottoluokitusten yhden vuoden transiitodennäköisyys-matriisi frekventistisesti, eli laskemalla mikä osuus kussakin luottoluokassa olevista asiakkaista siirtyy kuhunkin luottoluokkaan vuoden pituisena aikana.

Seuraavaksi lasketaan jatkuva-aikaisten Markov-prosessien käsittelyyn tarvittava generaattorimatriisi, jonka avulla saadaan transiitodennäköisyysmatriisi mielivaltaiselle aikavälille. Generaattorimatriisin avulla voidaan siis määrittää transiitodennäköisyysmatriisi hyvin lyhyelle aikavälille, jolta ei ole riittävästi dataa matriisin luotettavaan frekventistiseen määrittämiseen. Lyhyen aikavälin transiitodennäköisyysmatriiseja voidaan hyödyntää esimerkiksi luottojohdannaisten hinnoittelussa.

Tarkastellaan generaattorimatriisilta vaadittavien ehtojen toteutumista ja modifioidaan matriisia tarvittaessa siten, että ehdot toteutuvat (Israel;Rosenthal;& Wei, 2001). Tämän jälkeen lasketaan modifioidun generaattorimatriisin pohjalta transiitodennäköisyysmatriisi. Meidän tulisi huomioida myös suhdannevaihteluiden vaikutukset. Suhdannevaihteluiden huomioimiseksi laskemme uudet transiitodennäköisyydet luottosykli-indeksiä ja aiemmin estimoituja transiitodennäköisyyksiä käyttäen (Trück, 2008).

Jotta voitaisiin huomioida myös niin sanottu drift-ilmiö, eli useamman askeleen historian vaikutus transiitodennäköisyyksiin, tulisi käyttää ei-markovilaista mallia. Tällainen voisi olla esimerkiksi bayesilainen malli. Tähänastisen kirjallisuuskatsauksen pohjalta bayesilaiset mallit vaikuttavat kuitenkin mutkikkailta toteuttaa ja vaikka ne voitaisiinkin toteuttaa, on mahdollista etteivät ne ole sopivia malleja vähäisen datamme kanssa käytettäviksi. Joka tapauksessa niitä voidaan käsitellä raportissamme vähintäänkin kun kirjallisuuskatsauksessa käsittelemme erilaisia vaihtoehtoisia menetelmiä luottoluokitusten transiitodennäköisyyksien estimointiin.

Sovitetaan transiitioihin esimerkiksi normaalijakauma, t-jakauma ja kernel-sovite. OP:n dataa voidaan vertailla esimerkiksi Moody'sin dataan vertailemalla sovitettujen jakaumien parametrejä toisiinsa tai simuloimalla Moody'sin dataan sovitetusta jakaumasta havaintoja ja tarkastelemalla miten hyvin nämä vastaavat OP:n dataa. Lisäksi voidaan vertailla OP:n ja Moody'sin dataa erilaisten matriisimittojen, kuten luokitusten vaihtelevuutta kuvaavan SVD-mitan, avulla. Osana työtämme on myös OP:n datan kuvailu deskriptiivisen analyysin keinoin.

4. Riskit

Työssä käytettävän datan vähyyset asettaa haasteensa transitiomatriisin estimoinnille ja kalibroinnille. Riskinä on, ettei voida löytää sopivaa menetelmää tarpeeksi luotettavan transitiomatriisin estimoimiseksi. Lisäksi suhdannevaihtelun huomioiminen voi osoittautua hankalaksi, jos transitiomatriisi ei ole kelvollinen. Riskejä pyritään pienentämään käyttämällä paljon aikaa eri mallien tutkimiseen ja vertailuun ennen sovellettavien mallien lopullista valintaa.

Taulukko 1: Projektin merkittävimmät riskit.

RISKI	TODENNÄKÖISYYS	VAIKUTUS	TOIMENPITEET
Datan laatu	korkea	korkea	-Käytetään dataa myös ulkoisista lähteistä: Fitch, Moody's, Tilastokeskus
Työmäärä osoittautuu liian suureksi	kohtalainen	kohtalainen	-Vähennetään sovellettavien mallien määrää
Lopputulos ei tyydytä aiheenasettajaa	kohtalainen	kohtalainen	-Esitetään tulokset mahdollisimman yksinkertaisesti
Mallien soveltaminen osoittautuu ennakoitua haasteellisemmaksi	kohtalainen	korkea	-Jätetään varhaisessa vaiheessa tarkastelun ulkopuolelle haasteellisemmat mallit

5. Projektiryhmä, aikataulu ja työnjako

Projektiryhmä koostuu viidestä Aalto yliopiston Teknillisen korkeakoulun maisterivaiheen opiskelijasta, joilla on systeemi- ja operaatiotutkimus pää- tai sivuaineena. Ryhmän projektipäällikkönä toimii Janne Kunnas. Työt jaetaan niin, että kaikki ryhmän jäsenet osallistuvat kaikkiin projektin aikana käsiteltävän teorian soveltamiseen liittyviin tehtäviin: lähdemateriaalin keräys ja läpikäyminen, mallivaihtoehtojen tutkiminen, transitiomatriisin estimointi ja kalibrointi sekä työn raportointi. Muut työhön liittyvät tehtävät jaetaan niin, että työmäärä jakautuu tasaisesti kaikkien ryhmän jäsenten kesken. Loppuraportin mallien esittelyosan kirjoittaminen osoitetaan niille henkilöille, jotka eivät ole aktiivisesti osallistuneet mallin implementointiin. Loppuraportin ja muiden projektin raporttien palautusten takarajat

- Projektisuunnitelman esittely 2.3.2012
- Väliraportin esittely 13.4.2012
- Loppuraportin esittely 11.5.2012

Taulukko 2: Projektin aikataulu.

TEHTÄVÄ	HELMIKUU	MAALISKUU	HUHTIKUU	TOUKO
	SUUNNITELMA	VÄLIRAPORTTI	LOPPURAPORTTI	
Työn suunnittelu	■			
Lähdemateriaalin keräys	■			
Lähdemateriaalin läpikäyminen	■			
Projektisuunnitelma	■			
Mallivaihtoehtojen tutkiminen	■			
Mallien valinta		■		
Kirjallisuuskatsaus		■		
Transitiomatriisin estimointi		■		
Mallien validointi			■	
Väliraportti			■	
Transitiomatriisin kalibrointi			■	
Tulosten analysointi				■
Loppuraportti			■	■

Viitteet

Israel, R. B., Rosenthal, J. S., & Wei, J. Z. (2001). Finding Generators for Markov Chains via Empirical Transition Matrices with Applications to Credit Ratings. *Mathematical Finance* 11, 245-265.

Lando, D., & Skødeberg, T. M. (2002). Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observations. *Journal of Banking & Finance* 26, 423-444.

Nickell, P., Perraudin, W., & Varotto, S. (2000). Stability of rating transitions. *Journal of Banking & Finance* 24, 203-227.

Stefanescu, C., Tunaru, R., & Turnbull, S. (2009). The Credit Rating Process and Estimation of Transition Probabilities: A Bayesian Approach. *Journal of Empirical Finance* 16, 216-234.

Trück, S. (2008). Forecasting credit migration matrices with business cycle effects—a model comparison. *The European Journal of Finance* 14, 359-379.

Xing, H., Sun, N., & Chen, Y. (2012). Credit rating dynamics in the presence of unknown structural breaks. *Journal of Banking & Finance* 36, 78-89.